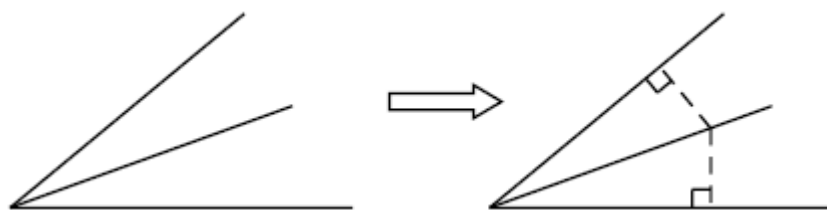


第2讲角平分线模型

一、垂两边

【方法技巧】：

因角平分线已具备全等三个条件中的两个（角等、公共边等）条件，故可向角的两边作垂线，构造 AAS 或 ASA 型全等三角形。



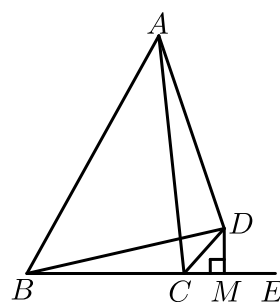
【备注】【注意】：

题目一般只有一条垂线，需要自行补出另一条垂线；甚至只给你一条角平分线，自行添加两条垂线。

🍌 举个栗子

📊 栗子1

1. 如图， B 、 C 、 E 三点在同一条直线上， CD 平分 $\angle ACE$ ， $DB = DA$ ， $DM \perp BE$ 于 M ，若 $AC = 2$ ， $BC = \frac{3}{2}$ ，则 CM 的长为 _____。



【答案】 $\frac{1}{4}$

【解析】如图，作 $DN \perp AC$ 于 N ，

$\because CD$ 平分 $\angle ACE$ ， $DM \perp BE$ ， $DN \perp AC$ ，

$\therefore DN = DM$ ，

在 $Rt\triangle ADN$ 和 $Rt\triangle BDM$ 中，

$$\begin{cases} AD = BD \\ DN = DM \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ADN \cong \text{Rt}\triangle BDM \text{ (HL)},$

$\therefore AN = BM,$

在 $\triangle DNC$ 和 $\triangle DMC$ 中,

$$\begin{cases} \angle DNC = \angle DMC = 90^\circ \\ \angle NCD = \angle MCD \\ CD = CD \end{cases},$$

$\therefore \triangle DNC \cong \triangle DMC \text{ (AAS)},$

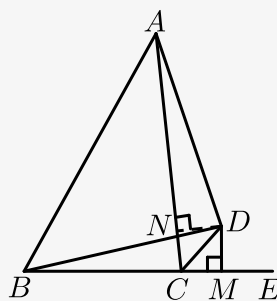
$\therefore CN = CM,$

$\therefore AC = AN + CN = BM + CM = BC + CM + CM = BC + 2CM,$

$$\therefore \frac{3}{2} + 2CM = 2,$$

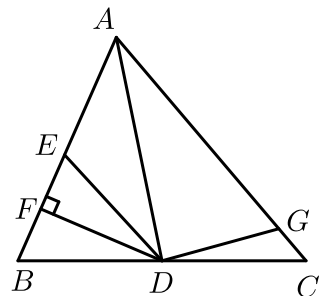
$$2CM = \frac{1}{2},$$

$$\therefore CM = \frac{1}{4}.$$



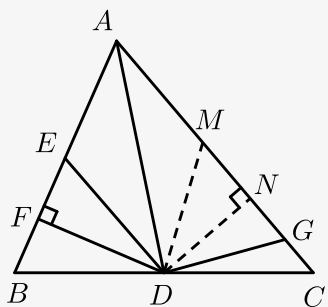
【标注】【知识点】垂直构对称

2. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $DF \perp AB$, 垂足为 F , $DE = DG$, $\triangle ADG$ 和 $\triangle AED$ 的面积分别为50和39, 则 $S_{\triangle EDF}$ 的面积=_____.



【答案】 5.5

【解析】 作 $DM = DE$ 交 AC 于 M , 作 $DN \perp AC$ 于点 N ,



$\therefore DE = DG,$

$\therefore DM = DG,$

$\therefore AD$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $DF \perp AB,$

$$\therefore DF = DN ,$$

在 $\text{Rt}\triangle DEF$ 和 $\text{Rt}\triangle DMN$ 中 ,

$$\begin{cases} DN = DF \\ DM = DE \end{cases} ,$$

$\therefore \text{Rt}\triangle DEF \cong \text{Rt}\triangle DMN (\text{HL}) ,$

$\therefore \triangle ADG$ 和 $\triangle AED$ 的面积分别为 50 和 39 ,

$$\therefore S_{\triangle MDG} = S_{\triangle ADG} - S_{\triangle ADM} = 50 - 39 = 11 ,$$

$$S_{\triangle DNM} = S_{\triangle EDF} = \frac{1}{2} S_{\triangle MDG} = \frac{1}{2} \times 11 = 5.5 .$$

【标注】【知识点】HL

【知识点】角分线性质定理

【能力】推理论证能力

栗子2

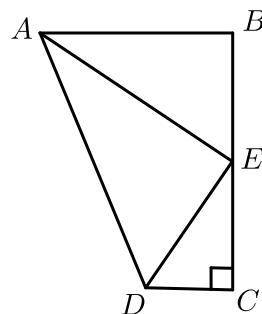
3. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle C = 90^\circ$, 若 $\angle DAB$ 的角平分线 AE 交 BC 于 E , 连接 DE , 且 DE 边平分 $\angle ADC$, 则以下命题正确的个数是 () .

① $CD + AB = BC$;

② E 为 BC 中点 ;

③ $\angle AED = 90^\circ$;

④ $S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} S_{\text{四边形} ABCD}$.



A. 1个

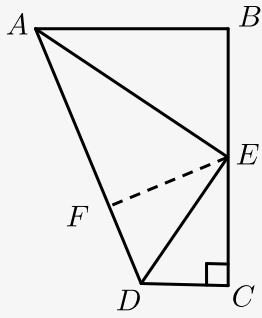
B. 2个

C. 3个

D. 4个

【答案】C

【解析】



如图所示，过E作 $EF \perp AD$ 于F，

$\because AB \parallel CD$ ， $\angle C = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle B = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle B = \angle AFE = \angle C = \angle DFE = 90^\circ$ ，

又 $\because AE = AE$ ， $DE = DE$ ，

$\therefore \text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle AFE(\text{HL})$ ， $\text{Rt}\triangle DCE \cong \text{Rt}\triangle DFE(\text{HL})$ ，

$\therefore DC = DF$ ， $AB = AF$ ，

$\therefore CD + AB = AD \neq BC$ ，故①错误；

$\because EF = BE$ ， $EF = CE$ ，

$\therefore BE = CE$ ，

即E是BC的中点，故②正确；

$\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle BAD + \angle CDA = 180^\circ$ ，

又 $\because AE$ 平分 $\angle DAB$ ， DE 平分 $\angle ADC$ ，

$\therefore \angle DAE + \angle ADE = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle AED = 90^\circ$ ，故③正确；

$\because \text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle AFE(\text{HL})$ ， $\text{Rt}\triangle DCE \cong \text{Rt}\triangle DFE(\text{HL})$ ，

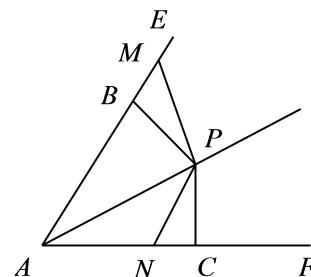
$\therefore S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} S_{\text{四边形}ABCD}$ ，故④正确；

$\therefore$ 正确的有3个．

故选C．

【标注】【知识点】垂直构对称

4. 已知点P为 $\angle EAF$ 平分线上一点， $PB \perp AE$ 于B， $PC \perp AF$ 于C，点M在线段AB的延长线上，点N在线段AC上，且 $PM = PN$ ．



- (1) 求证： $BM = CN$.
- (2) 写出线段 AM , AN 与 AC 之间的数量关系 _____ .
- (3) 并说明 (2) 的理由 .

【答案】 (1) 证明见解析 .

(2) $AM + AN = 2AC$

(3) 证明见解析 .

【解析】 (1) 如图， $\because$ 点 P 为 $\angle EAF$ 平分线上一点， $PB \perp AE$ ， $PC \perp AF$ ，

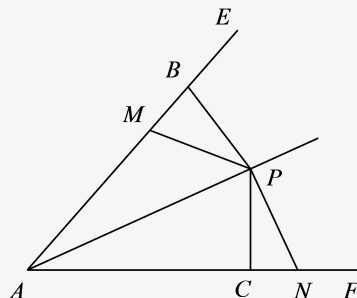
$$\therefore PB = PC, \angle PBM = \angle PCN = 90^\circ,$$

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle PBM$ 和 $\text{Rt}\triangle PCN$ 中，

$$\begin{cases} PM = PN \\ PB = PC \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle PBM \cong \text{Rt}\triangle PCN$ (HL) ,

$$\therefore BM = CN .$$



(2) $AM + AN = 2AC$.

(3) $\because \angle APB = 90^\circ - \angle PAB$ ， $\angle APC = 90^\circ - \angle PAC$ ，点 P 为 $\angle EAF$ 平分线上一点，

$$\therefore \angle APC = \angle APB, \text{ 即 } AP \text{ 平分 } \angle CPB,$$

$$\because PB \perp AB, PC \perp AC,$$

$$\therefore AB = AC,$$

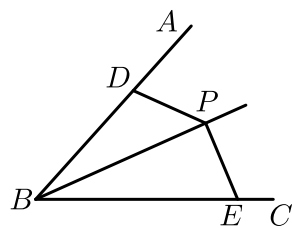
$$\text{又 } \because BM = CN,$$

$$\therefore AM + AN = (AB - MB) + (CN + AC) = AB + AC = 2AC,$$

故答案为： $AM + AN = 2AC$.

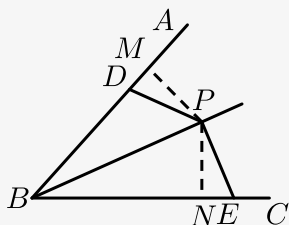
【标注】【知识点】角分线有关的辅助线

如图，点 P 为 $\angle ABC$ 的平分线上的一点，点 D 和点 E 分别在 AB 和 BC 上，且 $PD = PE$ ，试探究 $\angle BDP$ 与 $\angle BEP$ 的数量关系，并给予证明．



【答案】 $\angle BDP + \angle BEP = 180^\circ$ ，证明见解析．

【解析】 过 P 作 $PM \perp AB$ 于点 M ．



$PN \perp BC$ 于 N 点，

由角平分线性得： $PM = PN$ ，

在 $\text{Rt}\triangle DPM$ 和 $\text{Rt}\triangle EPN$ 中，

$PD = PE$ ， $PM = PN$ ，

$\therefore \text{Rt}\triangle DPM \cong \text{Rt}\triangle EPN$ (HL)，

$\therefore \angle ADP = \angle BEP$ ，

又 $\angle BDP + \angle ADP = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle BDP + \angle BEP = 180^\circ$ ．

【标注】【知识点】垂直构对称

独步天下

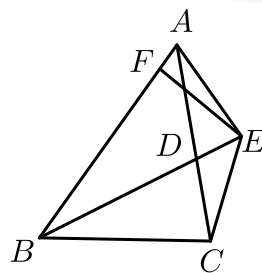
6. 已知：如图， BD 为 $\triangle ABC$ 的角平分线，且 $BD = BC$ ， E 为 BD 延长线上的一点， $BE = BA$ ，过 E 作 $EF \perp AB$ ， F 为垂足．下列结论：

① $\triangle ABD \cong \triangle EBC$ ；

② $\angle BCE + \angle BCD = 180^\circ$ ；

③ $AD = AE = EC$ ；

④ $BA + BC = 2BF$ ．其中正确的是（ ）．



A. ①②③

B. ①③④

C. ①②④

D. ①②③④

【答案】 D

【解析】 方法一：由已知可得 $\triangle ABD \cong \triangle EBC$ ，

$\therefore$ ①对．

根据全等得 $\angle BCE = \angle BDA$ ，

又 $\because BC = BD$ ，

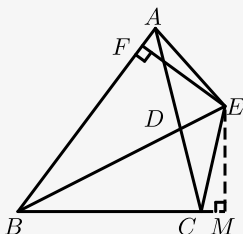
$\therefore \angle BCD = \angle BDC$ ，

$\therefore \angle BCE + \angle BCD = \angle BDA + \angle BDC = 180^\circ$ ，

$\therefore$ ②对．

根据①全等得 $AD = EC$ ，

$\triangle BEA$ 与 $\triangle BCD$ 是两个顶角相等的等腰三角形，



$\therefore$ 底角相等 $\angle BDC = \angle BEA$ ，

又 $\because \angle BDC = \angle ADE$ ，

$\therefore \angle BEA = \angle ADE$ 即 $AD = AE$ ，

$\therefore AD = AE = EC$ ， $\therefore$ ③对．

过E作BC垂线交BC于M点，

则 $EM = EF$ ，

又 $\because EC = EA$ ，

$\therefore \triangle EFA \cong \triangle EMC$ (HL)，

$\therefore FA = MC$ ，

则 $BA + BC = BF + FA + BM + MC = BF + BM$ ，

$\therefore$ ④对．

又 $\because \triangle BFE \cong \triangle BME$ (AAS)，

$$\therefore BA + BC = 2BF,$$

故答案选D.

方法二： $\because BD$ 为 $\triangle ABC$ 的角平分线，

$$\therefore \angle ABD = \angle CBD,$$

$\therefore$ 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle EBC$ 中，

$$\begin{cases} BD = BC \\ \angle ABD = \angle CBD, \\ BE = BA \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle EBC$ (SAS), $\therefore$ ①正确.

② $\because BD$ 为 $\triangle ABC$ 的角平分线，

$$BD = BC, BE = BA,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle BDC = \angle BAE = \angle BEA,$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle EBC,$$

$$\therefore \angle BCE = \angle BDA,$$

$$\therefore \angle BCE + \angle BCD = \angle BDA + \angle BDC = 180^\circ,$$

$\therefore$ ②正确.

$$\textcircled{3} \because \angle BCE = \angle BDA,$$

$$\angle BCE = \angle BCD + \angle DCE,$$

$$\angle BDA = \angle DAE + \angle BEA,$$

$$\angle BCD = \angle BEA,$$

$$\therefore \angle DCE = \angle DAE,$$

$\therefore \triangle ACE$ 为等腰三角形，

$$\therefore AE = EC,$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle EBC,$$

$$\therefore AD = EC,$$

$$\therefore AD = AE = EC, \therefore \textcircled{3} \text{正确}.$$

④过 E 作 $EG \perp BC$ 于 G 点，

$\because E$ 是 $\angle ABC$ 的角平分线 BD 上的点，且 $EF \perp AB$ ，

$\therefore EF = EG$ (角平分线上的点到角的两边的距离相等)，

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle BEG$ 和 $\text{Rt}\triangle BEF$ 中，

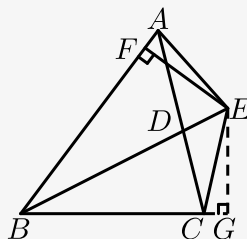
$$\begin{cases} BE = BE \\ EF = EG \end{cases}$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle BEG \cong \text{Rt}\triangle BEF \text{ (HL)},$$

$$\therefore BG = BF,$$

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle CEG$ 和 $\text{Rt}\triangle AFE$ 中，

$$\begin{cases} EF = EG \\ AE = CE \end{cases}$$



$\therefore \text{Rt}\triangle CEG \cong \text{Rt}\triangle AFE(\text{HL})$,

$\therefore AF = CG$,

$\therefore BA + BC = BF + FA + BG - CG = BF + BG = 2BF$,

$\therefore$ ④正确.

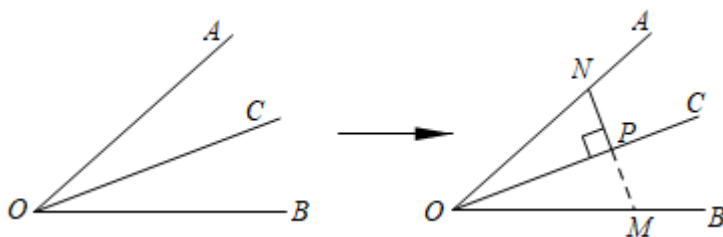
故选D.

【标注】【知识点】垂直构对称

二、垂自己

【方法技巧】：

因角平分线已具备全等三个条件中的两个（角等、公共边等）条件，故也可作角平分线的垂线，构造ASA型全等三角形，进而得到对应边相等，构造出等腰三角形.



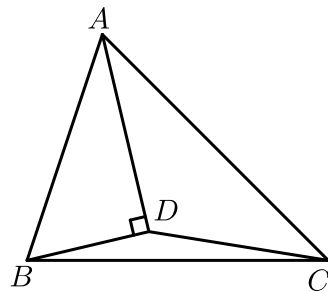
【备注】【注意】：

这个模型与一之间的区别在于垂直的位置.

并且辅助线的添加方法一般是延长一段与角平分线垂直的线段，如图中的PM.

栗子4

7. 如图，已知 $\triangle ABC$ 的面积为12，AD平分 $\angle BAC$ ，且 $AD \perp BD$ 于点D，则 $\triangle ADC$ 的面积是（ ）.



A. 10

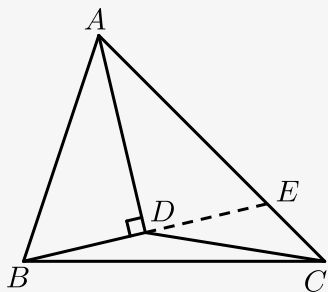
B. 8

C. 6

D. 4

【答案】C

【解析】延长 BD 交 AC 于点 E .



$\because AD$ 平分 $\angle BAC$,

$\therefore \angle BAD = \angle EAD$,

$\because AD \perp BD$,

$\therefore \angle ADB = \angle ADE = 90^\circ$,

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle AED$ 中 ,
$$\begin{cases} \angle BAD = \angle EAD \\ AD = AD \\ \angle ADB = \angle ADE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle AED (ASA)$,

$\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle AED}$, $BD = ED$,

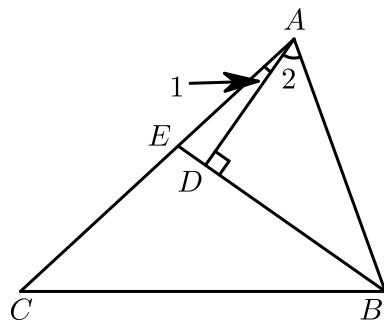
$\therefore S_{\triangle BCD} = S_{\triangle ECD}$,

$\therefore S_{\triangle ADC} = S_{\triangle AED} + S_{\triangle ECD} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABE} + \frac{1}{2}S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = 6$.

【标注】【知识点】截取构造对称

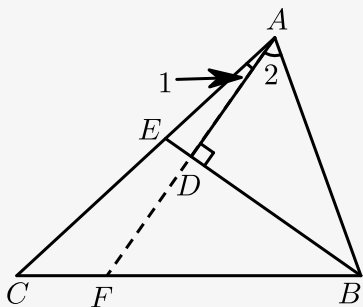
栗子5

8. 如图 , 在 $\triangle ABC$ 中 , BE 是 $\angle ABC$ 的角平分线 , $AD \perp BE$, 垂足为 D . 求证 : $\angle 2 = \angle 1 + \angle C$.



【答案】证明见解析 .

【解析】如图 , 延长 AD 交 BC 于 F .



因为 $\angle ABD = \angle FBD$, $BD = BD$,

$\angle ADB = \angle FDB = 90^\circ$,

所以 $\text{Rt}\triangle ABD \cong \text{Rt}\triangle FBD(\text{ASA})$.

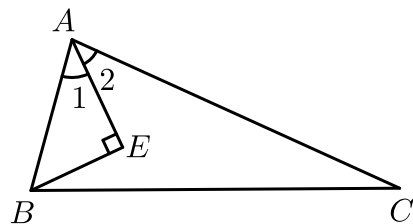
于是 $\angle 2 = \angle DFB$.

因为 $\angle DFB = \angle 1 + \angle C$,

所以 $\angle 2 = \angle 1 + \angle C$.

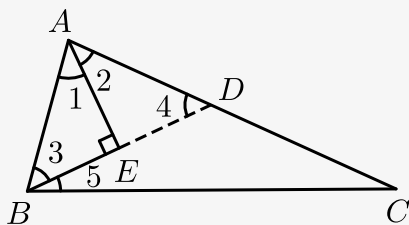
【标注】【知识点】延长构对称

9. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 3\angle C$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $BE \perp AE$ ， $AC = 10$ ， $AB = 4$ ，则 $BE =$ _____ .



【答案】 3

【解析】 延长 BE 交 AC 于点 D ，



在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABE$ 中，

$$\begin{cases} \angle 1 = \angle 2 \\ AE = AE \\ \angle AEB = \angle AED \end{cases},$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle ABE (\text{ASA})$,

$\therefore BE = DE$, $BE = \frac{1}{2}BD$, $AB = AD$,

$\therefore \angle 3 = \angle 4$,

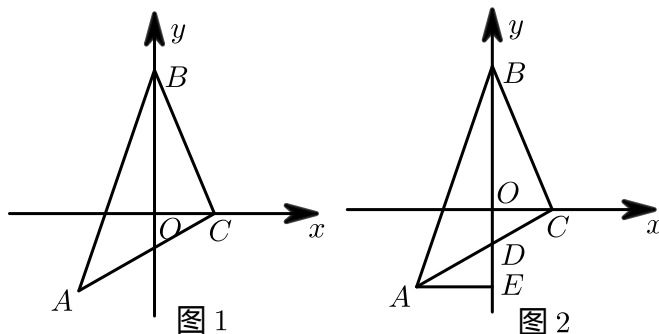
$\therefore \angle ABC = 3\angle C$,

$$\begin{aligned}
&\therefore \angle ABC = \angle 3 + \angle 5 = 3\angle C, \\
&\therefore \angle 4 + \angle 5 = 3\angle C, \\
&\therefore \angle 4 = \angle 5 + \angle C, \\
&\therefore \angle 5 + \angle C + \angle 5 = 3\angle C, \\
&\therefore \angle 5 = \angle C, \\
&\therefore BD = CD, \\
&\therefore CD = AC - AD = 10 - 4 = 6, \\
&\therefore BD = 6, \\
&\therefore BE = 3.
\end{aligned}$$

【标注】【知识点】等腰三角形的判定-等角对等边；角分线有关的辅助线

栗子6

10. 如图所示： $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形， $BC = AC$ ，直角顶点 C 在 x 轴上，一锐角顶点 B 在 y 轴上。



- (1) 如图1所示，若 C 的坐标是 $(2, 0)$ ，点 A 的坐标是 $(-2, -2)$ ，求，点 B 的坐标。
- (2) 如图2，若 y 轴恰好平分 $\angle ABC$ ， AC 与 y 轴交于点 D ，过点 A 作 $AE \perp y$ 轴于 E ，问 BD 与 AE 有怎样的数量关系，并说明理由。

【答案】 (1) 点 B 坐标为 $(0, 4)$ 。

(2) $BD = 2AE$ ；证明见解析。

【解析】 (1) 如图(1)过点 A 作 $AD \perp x$ 轴于 D ，

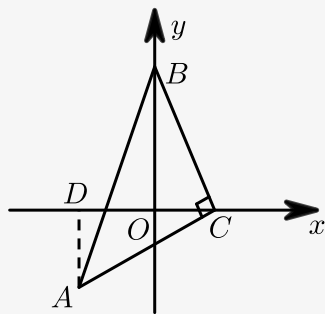


图 (1)

$$\because \angle DAC + \angle ACD = 90^\circ, \angle ACD + \angle BCD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle DAC,$$

在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle COB$ 中,

$$\begin{cases} \angle ADC = \angle BOC = 90^\circ \\ \angle DAC = \angle BCD \\ AC = BC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle COB (\text{AAS}),$$

$$\therefore AD = OC, CD = OB,$$

$$\therefore \text{点 } B \text{ 坐标为 } (0, 4).$$

(2) 如图 (2) 延长 BC , AE 交于点 F ,

$$\because AC = BC, AC \perp BC,$$

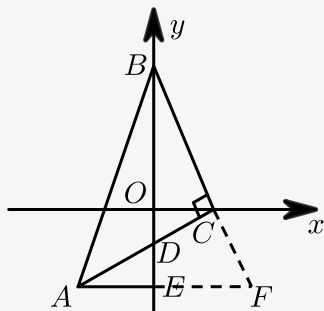


图 (2)

$$\therefore \angle BAC = \angle ABC = 45^\circ,$$

$$\because BD \text{ 平分 } \angle ABC,$$

$$\therefore \angle CBD = \angle ABD = 22.5^\circ, \angle DAE = 90^\circ - \angle ABD - \angle BAD = 22.5^\circ,$$

在 $\triangle ACF$ 和 $\triangle BCD$ 中,

$$\begin{cases} \angle DAE = \angle CBD \\ BC = AC \\ \angle BCD = \angle ACF = 90^\circ \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ACF \cong \triangle BCD (\text{ASA}),$$

$$\therefore AF = BD,$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle FBE$ 中,

$$\begin{cases} \angle ABE = \angle FBE \\ BE = BE \\ \angle AEB = \angle FEB \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle FBE (\text{AAS}),$$

$$\therefore AE = EF,$$

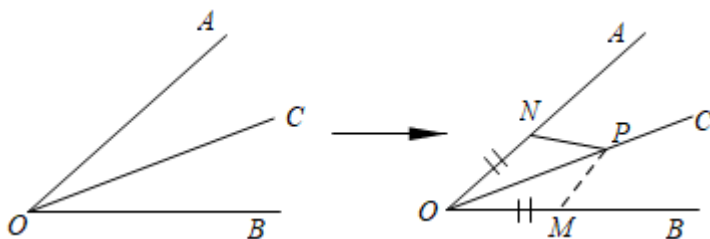
$$\therefore BD = 2AE.$$

【标注】【知识点】象限内坐标的特征

三、截取构造全等

【方法技巧】：

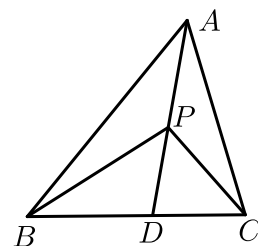
因角平分线已具备全等三个条件中的两个（角等、公共边等）条件，故也可过角分线上的点在另一侧做截取（或延长），构造对称全等，进而得到对应边相等。



【备注】这个辅助线的本质是——截长补短，利用截长补短法来构造全等

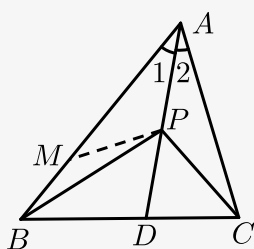
栗子7

11. 如图，已知AD是角平分线，P在AD上，若 $AB > AC$ ，比较大小： $PB - PC$ ____ $AB - AC$ 。



【答案】<

【解析】



$\therefore AD$ 平分 $\angle BAC$ ，

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 ,$$

在 AB 上截取 $AM = AC$,

在 $\triangle AMP$ 和 $\triangle ACP$ 中 ,

$$\begin{cases} AM = AC \\ \angle 1 = \angle 2 \\ AP = AP \end{cases} ,$$

$\therefore \triangle AMP \cong \triangle ACP (\text{SAS}) ,$

$$\therefore PM = CP ,$$

在 $\triangle PMB$ 中 ,

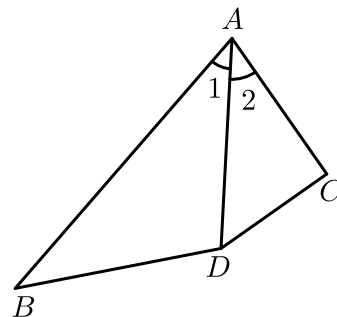
$$PB - PM < BM ,$$

$$PB - PC < AB - AC .$$

【标注】【知识点】截长补短

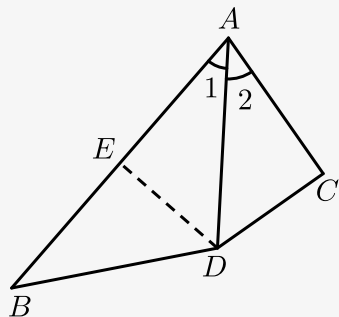
栗子8

12. 如图 , $\angle 1 = \angle 2$, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 2AC$, 求证 : $BD = AD$.



【答案】证明见解析 .

【解析】在线段 AB 上截取 AE , 使 $AE = AC$,



$$\text{在} \triangle AED \text{和} \triangle ACD \text{中} , \begin{cases} AE = AC \\ \angle 1 = \angle 2 \\ AD = AD \end{cases} ,$$

$\therefore \triangle AED \cong \triangle ACD (\text{SAS}) ,$

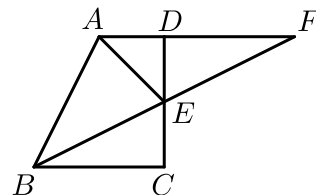
$$\therefore \angle AED = \angle C = 90^\circ .$$

$\therefore AB = 2AC$,
 $\therefore AB = 2AE$.
 $\therefore E$ 为 AB 中点 ,
 $\therefore BE = AE$.
 $\therefore \angle AED = \angle BED = 90^\circ$,
 $\therefore \triangle EAD \cong \triangle EBD (\text{SAS})$.
 $\therefore AD = BD$.

【标注】【知识点】截长补短

栗子9

13. 如图, 已知 $AD \parallel BC$, 点 E 为 CD 上一点, AE 、 BE 分别平分 $\angle DAB$ 、 $\angle CBA$, BE 交 AD 的延长线于点 F , 求证:



- (1) $\triangle ABE \cong \triangle AFE$.
 (2) $AD + BC = AB$.

【答案】 (1) 证明见解析 .

(2) 证明见解析 .

【解析】 (1) $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle F = \angle FBC ,$$

$$\therefore \angle F = \angle FBA ,$$

$$\because \angle FAE = \angle BAE , AE = AE ,$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle AFE .$$

(2) 在 AB 上取一点 M , 使 $AM = AD$.

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle AEM ,$$

$$\therefore \angle AED = \angle AEM ,$$

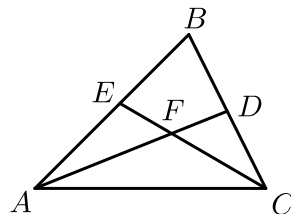
$$\because \angle ADC + \angle BCD = 180^\circ , \angle AME + \angle BME = 180^\circ ,$$

$$\therefore \triangle BEM \cong \triangle BEC ,$$

$$\therefore AD + BC = AB .$$

栗子10

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 60^\circ$ ， AD ， CE 分别平分 $\angle BAC$ ， $\angle BCA$ ， AD ， CE 交于点 F ，则（ ）。



- A. $AE + CD > AD$ B. $AE + CD = AD$ C. $AE + CD > AC$ D. $AE + CD = AC$

【答案】D

【解析】在 AC 上截取 $AG = AE$ ，连接 GF ，如图所示，

$$\text{在}\triangle AGF\text{和}\triangle AEF\text{中}, \begin{cases} AG = AE \\ \angle GAF = \angle EAF \\ AF = AF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AGF \cong \triangle AEF (\text{SAS}),$$

$$\therefore FG = FE, \angle AFG = \angle AFE = 60^\circ.$$

$$\therefore FG = FD, \angle GFC = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ.$$

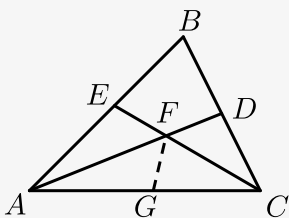
$$\text{在}\triangle CFG\text{和}\triangle CFD\text{中}, \begin{cases} FG = FD \\ \angle GFC = \angle DFC = 60^\circ \\ FC = FC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CFG \cong \triangle CFD (\text{SAS}),$$

$$\therefore CG = CD,$$

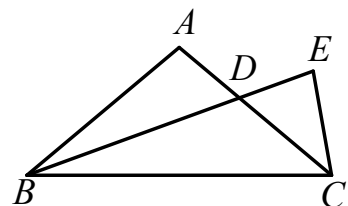
$$\therefore AE + CD = AG + CG = AC.$$

故选：D.



【标注】【知识点】截取构造对称

15. 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 100^\circ$ ， $\angle ABC = 40^\circ$ ， BD 是 $\angle ABC$ 的平分线，延长 BD 至 E ，使 $DE = AD$ ，求证： $BC = AB + CE$ 。



【答案】证明见解析 .

【解析】方法一：在 BC 上取一点 F ，使得 $BF = BA$ ，

易证得 $\triangle ADB \cong$

$\triangle FDB$ ，

$\therefore DF = DA$ ，

又 $\because DA = DE$ ，

$\therefore DF = DE$ ，

$\because BD$ 平分 $\angle ABC$ ， $\angle ABC = 40^\circ$ ，

$\therefore \angle ABD = 20^\circ$ ，

$\therefore \angle ADB = \angle FDB = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle CDE = \angle ADB = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle FDC = \angle EDC = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle DCF \cong \triangle DCE$ ，

$\therefore FC = EC$ ，

$\therefore BC = BF + FC = AB + CE$ 。

方法二：延长 BA 到 F ，使 $BF = BC$ ，连接 EF ，

FD ，

$\because$ 在 $\triangle ABC$

中，

$\angle BAC = 100^\circ$

， $\angle ABC = 40^\circ$

，

$\therefore \angle ACB = 180^\circ - \angle BAC - \angle ABC = 40^\circ$ ，

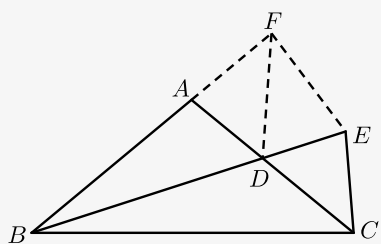
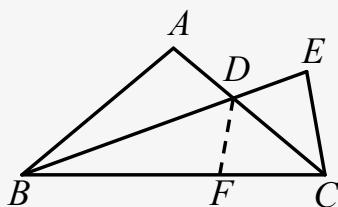
$\because BD$ 是 $\angle ABC$ 的平分线，

$\therefore \angle ABD = \angle CBD = 20^\circ$ ，

$\therefore \angle BDC = \angle BAC + \angle ABD = 100^\circ + 20^\circ = 120^\circ$ ，

在 $\triangle FBD$ 和 $\triangle CBD$ 中，

$$\begin{cases} BF = BC \\ \angle FBD = \angle CBD \\ BD = BD \end{cases}$$



$$\therefore \triangle FBD \cong \triangle CBD (\text{SAS}) ,$$

$$\therefore \angle BDF = \angle BDC = 120^\circ ,$$

$$\therefore \text{在} \triangle ABD \text{中} , \angle BAD = 100^\circ , \angle ABD = 20^\circ ,$$

$$\therefore \angle ADB = 180^\circ - 100^\circ - 20^\circ = 60^\circ ,$$

$$\therefore \angle ADF = \angle BDF - \angle ADB = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ ,$$

$$\therefore \angle EDF = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ = \angle ADF ,$$

在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle EDF$ 中 ,

$$\begin{cases} AD = DE \\ \angle ADF = \angle EDF , \\ DF = DF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle EDF (\text{SAS}) ,$$

$$\therefore AF = EF ,$$

在 $\triangle FBE$ 和 $\triangle CBE$ 中 ,

$$\begin{cases} BF = BC \\ \angle FBE = \angle CBE , \\ BE = BE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle FBE \cong \triangle CBE (\text{SAS}) ,$$

$$\therefore EF = CE ,$$

$$\therefore CE = AF ,$$

$$\therefore BC = BF = AB + AF = AB + CE ,$$

$$\text{即 } BC = AB + CE .$$

【标注】【知识点】截取构造对称